Un juego de cartas: “Las siete y media”

Paula Lagares Federico Perea Justo Puerto*

MaMaEuSch**
Management Mathematics for European Schools
94342 - CP - 1 - 2001 - DE - COMENIUS - C21

*Universidad de Sevilla

**Este proyecto ha sido desarrollado con ayuda parcial de la Unión Europea dentro del marco del programa Sócrates. El contenido no refleja necesariamente la posición de la Unión Europea ni implica ninguna responsabilidad por parte de la Unión Europea.

1. Introducción.

En este trabajo estudiamos un juego de cartas llamado “Siete y Media”. Empezaremos describiendo el juego. En el siguiente capítulo hablamos de reglas para tomar decisiones: qué son reglas de decisión y cuál vamos a utilizar. El siguiente paso es mostrar un argumento teórico para resolver el juego. Después de eso simulamos que estamos jugando a este juego y actuaremos siguiendo estrictamente la regla de decisión que estamos usando. La probabilidad condicionada será utilizada para calcular nuestras jugadas porque, si estamos interesados en seguir la regla de decisión, necesitamos aplicar su fórmula y sus conceptos. Así, usaremos el concepto de probabilidad condicionada y el *Teorema de Bayes* para el desarrollo del juego. La sección final está dedicada a mostrar los resultados de veinte partidas. Como conclusión, hablamos un poco sobre la importancia que tendría actuar de esta forma en un casino.

2. El juego.

2.1. La baraja de cartas.

El juego que vamos a estudiar, las *Siete y Media*, se juega con una baraja española de cartas. ¿Cómo es esa baraja? Está formada por cuarenta cartas divididas en cuatro grupos de diez, llamados: oros, espadas, copas y bastos. Así, hablaremos de oros, espadas, copas y bastos al referirnos a ese tipo de cartas.

Cada grupo está formado por diez cartas y cada una de estas cartas tiene asociado un número. Esos números son: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, diez, once y doce. Las cartas que tienen asociado un número entre uno y siete se llaman como el número que tienen (dos de oros, siete de copas, ...), y las cartas que tienen asociado un diez, un once o un doce se llaman sota, caballo o rey respectivamente, (sota de bastos, caballo de espadas, ...).

Aún así, en nuestro juego cada carta tiene un valor dependiendo del número que tiene asociado. La forma de saber ese valor es la siguiente:

- Si el número de la carta está entre uno y siete, el valor de esa carta es el número que tiene asociado.
- Si el número de la carta es diez, once o doce (es decir, la carta es una sota, un caballo o un rey), el valor de esa carta es un medio.

2.2. ¿Cómo se juega?

El objetivo del juego es conseguir puntos hasta acercarse lo más posible a siete y medio, pero sin pasarse. La puntuación de cada jugador es la suma de los valores de sus cartas.

El juego consiste en que la banca (es así como se denomina al jugador que reparte las cartas) reparte una carta a cada jugador. Después de mirar su carta, cada jugador, comenzando por el que está situado inmediatamente a la derecha de la banca, ha de decidir si quiere otra carta o no, dependiendo del valor que tiene su primera carta. Por ejemplo, si tu primera carta es un siete lo mejor es plantarse, es decir, dejar de pedir cartas, ya que tienes una puntuación muy buena y sería muy fácil que la siguiente carta te hiciese estar por encima de 7'5 puntos. Por el contrario, si recibes una figura (sota, caballo o rey), lo lógico es pedir otra carta, ya que es imposible que esa segunda carta te haga pasarte de 7'5 puntos.

Si un jugador elige continuar pidiendo cartas, recibirá cartas hasta que se plante, es decir, hasta que considere que su puntuación es suficientemente buena o hasta que sea eliminado por haberse pasado de 7'5 puntos. Cuando una de esas dos cosas ocurre, la banca pregunta al siguiente jugador si quiere otra carta y se repite la situación.

Cada jugador puede mantener una de sus cartas boca abajo. Puede cambiar la carta oculta cada vez que reciba una nueva carta, pero solo puede tener una carta boca abajo al mismo tiempo. Si tienes todas tus cartas boca arriba, la siguiente carta te será dada boca abajo. Si por el contrario tienes una de tus cartas boca abajo, la siguiente carta vendrá dada boca arriba.

Un jugador que consigue siete y media tiene que mostrar todas sus cartas cuando reciba la última. Cuando todos los jugadores que no han sido eliminados han terminado de pedir cartas, tienen que mostrar sus cartas y el que tenga la puntuación más alta gana el juego.

El jugador banca (el que reparte las cartas) gana siempre en caso de empate. Si otro jugador consigue siete y media y la banca no, el que consiguió 7'5 pasa a ser la banca en la siguiente mano. Si nadie consigue siete y media, la banca mantendrá su posición de repartidor incluso si no ha sido él el que ganó el juego. El jugador banca es siempre el último en recibir cartas.

3. Reglas de decisión.

En este capítulo describimos que es una regla de decisión y cuál vamos a seguir para jugar las "Siete y media".

3.1. Idea general.

Básicamente, una regla de decisión es una descripción de la forma de actuar de acuerdo a las cartas que tenemos, es decir, mirando nuestras cartas y las que podemos ver de los demás, tomaremos una decisión de acuerdo a nuestra regla.

Con una regla de decisión programada, un autómata (una computadora o un robot) podría jugar a este juego y prácticamente a cualquier otro juego de cartas.

Una posible regla de decisión podría ser: “Pedir cartas hasta que la probabilidad de ganar sea superior a 0’8”. Esto es una regla de decisión ya que, solo haciendo cálculos sobre la probabilidad de ganar (ya veremos como se calcula), sabemos que hacer en cada situación: dejamos de pedir cartas si y solo si nuestra probabilidad de ganar es superior a 0’8.

Desafortunadamente, calcular la probabilidad de ganar no es siempre sencillo. A veces necesitamos un ordenador si queremos calcular rápidamente esta probabilidad; ésta es una de las razones por las que no se puede utilizar una computadora en un casino.

3.2. Nuestra regla de decisión.

Para jugar a este juego vamos a seguir la siguiente regla de decisión:

- Sea p_1 la probabilidad de ganar si no pido otra carta y p_2 la probabilidad de pasarse de siete y media si pido otra carta.

- Definimos f así:

$$f(p_1,p_2)=\left\{\begin{array}{ll} S & \text{si } \{p_1\geq 0'7\} \text{ o } \{p_1\in[0'1,0'7) \text{ y } p_2\geq 0'55\} \\ C & \text{en caso contrario}\end{array}\right. ,$$

  donde S significa dejar de pedir cartas y C significa seguir pidiendo cartas.

Esta regla de decisión parece difícil pero no lo es. Básicamente dice que pararemos de pedir cartas si nuestra probabilidad de ganar es suficientemente alta ($p_1\geq 0'7$) o si la probabilidad de pasarse es demasiado alta ($p_2\geq 0'55$) y, aunque es pequeña, la probabilidad de ganar no es demasiado pequeña ($p_1\in[0'1,0'7)$).

Para elegir una regla de decisión apropiada tenemos que tener en cuenta varios aspectos, entre ellos mencionamos:

- Medir el riesgo que queremos correr.

- Intentar medir el riesgo que se supone nuestros adversarios van a correr.

Después de estimar esos niveles de riesgo podemos elegir una regla de decisión que encaje con la información que tenemos sobre nuestros rivales y sobre nosotros mismos.

4. Herramientas necesarias para resolver el juego.

Si queremos jugar a las "Siete y media", utilizando la regla de decisión que dimos antes, tenemos que calcular algunas probabilidades. Estas probabilidades son p_1 y p_2 y las calculamos usando las herramientas básicas del cálculo de probabilidades y la información que tenemos sobre:

- Las cartas que nuestros oponentes tienen boca arriba.
- Las cartas que nuestros oponentes tienen boca abajo.

Veamos un ejemplo para aclarar lo que hemos visto hasta ahora:

Supongamos que están jugando dos personas: la banca (nosotros) y otro jugador que será nuestro adversario. Sabemos que el otro jugador dejó de pedir cartas cuando tenía tres, y esas cartas son:

1. Un tres.
2. Un dos.
3. Una carta boca abajo. A partir de ahora esta carta se llamará X.

Actuaremos de acuerdo a las diferentes posibilidades de la carta oculta. Ya que somos la banca, nuestro objetivo es conseguir una puntuación igual o mayor que la que tiene el contrario.

Así, la primera pregunta que tenemos que resolver es: ¿cuál es la puntuación de nuestro oponente? Y para contestar a esa pregunta necesitamos saber qué carta la oculta. Comenzamos a responder a esta cuestión de la siguiente forma:

- Esa carta oculta puede ser cualquiera de las otras 38 cartas.
- Sabemos que nuestro rival no se ha pasado de siete y media, porque si lo hubiera hecho lo hubiese dicho. La puntuación de las dos cartas que vemos es cinco, por lo tanto podemos afirmar que la carta que está boca abajo es una figura, un uno o un dos.

  Esta información adicional nos permite utilizar la fórmula de la probabilidad condicionada.

Recordemos la fórmula de la probabilidad condicionada:

Sean A y B dos sucesos cumpliendo que $P(B) > 0$. Entonces se tiene que:

$$p(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{p(B)}.$$

Ahora ya recordamos la fórmula de la probabilidad condicionada pero, ¿cómo podemos usarla?

Consideremos los siguiente sucesos aleatorios:

- $B =$ "La carta X es un uno, un dos o una figura."
- $A_1 =$ "La carta X es un uno."
- $A_2 =$ "La carta X es un dos."
- $A_3 =$ "La carta X es una figura."

Sin saber que la carta que está boca abajo es un uno, un dos o una figura, la probabilidad de los sucesos A_1, A_2, A_3 se calcula a partir de la regla de Laplace de la siguiente forma:

$$P(A_1) = \frac{\text{número de unos}}{\text{número de cartas en la baraja}} = \frac{4}{38},$$

$$P(A_2) = \frac{\text{número de doses}}{\text{número de cartas en la baraja}} = \frac{3}{38},$$

$$P(A_3) = \frac{\text{número de figuras}}{\text{número de cartas en la baraja}} = \frac{12}{38}.$$

Pero sabemos que la carta X es un uno, un dos o una figura. Así, calculando antes la probabilidad de B y usando la fórmula de la probabilidad condicionada, obtenemos que:

$$P(B) = \frac{\text{número de unos} + \text{número de doses} + \text{número de figuras}}{\text{número total de cartas en la baraja}} = \frac{19}{38},$$

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)} \underbrace{=}_{A_1 \subset B \Rightarrow P(A_1 \cap B) = P(A_1)} = \frac{\frac{4}{38}}{\frac{19}{38}} = \frac{4}{19},$$

$$P(A_2/B) = \frac{P(A_2 \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{38}}{\frac{19}{38}} = \frac{3}{19},$$

$$P(A_3/B) = \frac{P(A_3 \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{12}{38}}{\frac{19}{38}} = \frac{12}{19}.$$

Donde $P(A_1/B)$ representa la probabilidad real de que la carta X sea un uno, si conocemos las cartas, $P(A_2/B)$ es la probabilidad real de que la carta X sea un dos y $P(A_3/B)$ es la probabilidad de que la carta X sea una figura.

En resumen hemos averiguado que:

- La probabilidad de que la carta X sea un uno es $\frac{4}{19}$.
- La probabilidad de que la carta X sea un dos es $\frac{3}{19}$.
- La probabilidad de que la carta X sea una figura es $\frac{12}{19}$.

Y esos datos significan que:

- La probabilidad de que la puntuación de nuestro rival sea seis es $\frac{4}{19}$.
- La probabilidad de que la puntuación de nuestro rival sea siete es $\frac{3}{19}$.
- La probabilidad de que la puntuación de nuestro rival sea cinco y media es $\frac{12}{19}$.

Ahora que conocemos las diferentes puntuaciones que nuestro rival puede tener y sus respectivas probabilidades, el siguiente paso es como interpretar los resultados anteriores. Veamos varias jugadas concretas:

1. Supongamos que la primera carta que recibo es un seis. La pregunta es: ¿qué debo hacer? ¿Me planto? ¿Sigo pidiendo cartas? Para responder a esta pregunta vamos a calcular la probabilidad de ganar si dejo de pedir cartas, la probabilidad que antes llamamos p_1.

   Ganaremos la mano si el contrario tiene una puntuación menor o igual que 6, es decir, si la carta X es una figura o un uno.

   $$p_1 = p(X = \text{ figura}, X = \text{ uno}) = P(X = \text{ figura}) + P(X = \text{ uno}) = \frac{12}{19} + \frac{4}{19} = 0'84.$$

   Tenemos que $p_1 > 0‘7$ y, siguiendo nuestra regla de decisión, dejamos de pedir cartas. Nos plantamos y sabemos que ganaremos en el 84 % de los casos.

2. Mi primera carta es un cinco. No tengo ninguna posibilidad de ganar porque la puntuación del otro jugador es al menos 5’5. Por eso necesito pedir más cartas. Calculemos la probabilidad de ganar si solo pido una carta más.

Usamos el teorema de la probabilidad total para calcular la probabilidad de ganar pidiendo una única carta más. Recordemos la fórmula de la probabilidad total:

$$P(S) = P(A_1)P(S/A_1) + P(A_2)P(S/A_2) + ... + P(A_n)P(S/A_n)$$

donde $A_1,\ A_2,\ ...\ A_n$ son n sucesos cumpliendo:

$$A_i \cap A_j = \emptyset\ \forall\ i \neq j, \qquad A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n = E$$

y E representa el suceso seguro.

¿Cómo podemos usar esa fórmula? Consideremos el siguiente sistema completo sucesos:

- $A =$ "Sacar una carta con valor mayor o igual a tres"
- $B =$ "Sacar un dos"
- $C =$ "Sacar un uno"
- $D =$ "Sacar una figura"

Esos sucesos cumplen las siguientes propiedades:

$$A \cap B = \emptyset \quad A \cap C = \emptyset \quad A \cap D = \emptyset \quad B \cap C = \emptyset \quad B \cap D = \emptyset \quad C \cap D = \emptyset$$

$$A \cup B \cup C \cup D = E.$$

Recordemos que E representa el suceso seguro. Tenemos que los sucesos A, B, C, D forman un sistema completo de sucesos y, por eso, podemos aplicar la fórmula de la probabilidad total para calcular el valor de p_1.

$$p_1 = P(\text{ganar}) =$$

$$= P(\text{ganar}/A)P(A) + P(\text{ganar}/B)P(B) + P(\text{ganar}/C)P(C) + P(\text{ganar}/D)P(D).$$

Calculemos por separado las probabilidades de esa fórmula:

- $P(\text{ganar}/A) = 0$, porque si sacamos una carta con un valor superior o igual a tres tendríamos una puntuación más alta que 7'5, nos pasaríamos y perderíamos.
- $P(\text{ganar}/B) = 1$, porque tendríamos 7 puntos, y la puntuación más alta que nuestro contrincante puede tener es siete, es decir, estamos seguros de que ganamos.
- $P(\text{ganar}/C) = \frac{15}{18} = 0'83$, ya que quedan 12 figuras, tres unos y tres doses en la baraja. Nuestra puntuación es 6 y ganaremos si la carta X es un uno o una figura.

- $P(\text{ganar}/D) = \frac{11}{18} = 0'61$. Tenemos una figura, entonces nuestra puntuación es 5'5. Únicamente ganaremos si la puntuación del otro jugador es 5'5, es decir, si la carta oculta X es una figura, y hay 11 figuras, cuatro unos y tres doses en la baraja.

Después de esto, para completar la fórmula, tenemos que calcular las probabilidades de A, B, C y D. Comencemos calculando $P(B)$.

- Para calcular $P(B)$ tenemos que tener en cuenta los siguientes sucesos aleatorios:
  a) La carta X es un dos. Llamaremos a este suceso B_1.
  b) La carta X no es un dos. Por tanto este suceso se denota por B_1^c.

  Al aplicar la fórmula de la probabilidad total obtenemos:

$$P(B) = P(B/B_1)P(B_1) + P(B/B_1^c)P(B_1^c) = \frac{2}{36}\frac{3}{19} + \frac{3}{36}\frac{16}{19} = ... = 0'08.$$

- Ahora vamos a calcular $P(C)$ y, como antes, tenemos que considerar los siguientes sucesos aleatorios:
  a) La carta X es un uno. Lo que denotaremos por C_1.
  b) La carta X no es un uno. Lo que denotaremos por C_1^c.

  Aplicando de nuevo la fórmula de la probabilidad total tenemos que:

$$P(C) = P(C/C_1)P(C_1) + P(C/C_1^c)P(C_1^c) = \frac{3}{36}\frac{4}{19} + \frac{4}{36}\frac{15}{19} = ... = 0'11.$$

- El cálculo de $P(D)$ es análogo al de $P(C)$ o $P(B)$. Utilizamos los siguientes sucesos:
  a) X es una figura. Llamamos a este suceso D_1.
  b) X no es una figura. Llamamos a este suceso D_1^c.

  Y aplicando de nuevo la fórmula de la probabilidad total obtenemos:

$$P(D) = P(D/D_1)P(D_1) + P(D/D_1^c)P(D_1^c) = \frac{11}{36}\frac{12}{19} + \frac{12}{36}\frac{7}{19} = ... = 0'32.$$

- No necesitamos calcular $P(A)$. Esto es debido a que $P(\text{ganar}/A) = 0$.

Ya hemos calculado todo lo que necesitamos para averiguar el valor de p_1. Terminemos los cálculos:

$$p_1 = P(\text{ganar}) =$$

$$= P(\text{ganar}/A)P(A) + P(\text{ganar}/B)P(B) + P(\text{ganar}/C)P(C) + P(\text{ganar}/D)P(D) =$$
$$= 0 \cdot P(A) + 1 \cdot 0'08 + 0'83 \cdot 0'11 + 0'61 \cdot 0'32 = ... = 0'37.$$

En resumen, podemos decir que si nuestra primera carta es un cinco, nuestra probabilidad de ganar pidiendo exactamente una carta es 0'37.

Dedicamos la siguiente sección a jugar una mano, en la que actuaremos siguiendo la regla de decisión que dimos en las primeras páginas del trabajo..

5. Una mano.

Como hemos dicho, vamos a simular unas manos. Esto nos mostrará como se sigue una regla de decisión. Debemos recordar que somos el jugador banca, es decir, que ganaremos en caso de empate. Comencemos la primera mano:

1. Imaginemos que la primera carta que recibimos es un tres. Entonces, nuestra probabilidad de ganar es cero, porque el otro jugador tiene al menos 5'5 puntos. Es decir, $p_1 = 0$. Por tanto nuestra regla de decisión nos dice que pidamos otra carta.

2. La segunda carta es una figura. Nuestra puntuación ahora es 3'5 por lo que p_1 sigue siendo cero. Tenemos que pedir otra carta.

3. Nuestra tercera carta vuelve a ser una figura. Ahora nuestra puntuación es 4, y de nuevo, $p_1 = 0$. Nuestra probabilidad de ganar es 0, por lo que la regla de decisión nos hace pedir otra carta.

4. La cuarta carta que recibimos es un uno. Ahora la puntuación es cinco pero, incluso así, no tenemos ninguna posibilidad de ganar. Por tanto pedimos otra carta.

5. La quinta carta es una figura. La puntuación por tanto es 5'5 y tenemos que pensar qué hacer, debido a que podemos ganar o no si nos plantamos.

Calculemos p_1 y p_2, la probabilidad de ganar sin pedir más cartas y la probabilidad de pasarse de 7'5 con la siguiente carta que pidamos.

$$p_1 = P(X = \text{figura}) = \frac{9 \text{ figuras}}{9 \text{ figuras} + 3 \text{ unos} + 3 \text{ doses}} = \frac{9}{15} = 0'6 < 0'7,$$

donde X sigue denotando la carta oculta del oponente, y

$$p_2 = P(Y \geq 3) = \frac{2+4+4+4+4}{32} = 0'56 > 0'55,$$

donde Y es el valor de la carta que nos darían si pidiéramos otra.

Ya que p_1 está entre 0'01 y 0'7, y $p_2 > 0'55$ nuestra regla de decisión nos dice que nos plantemos. Nos plantamos.

¿Ganaremos? No lo sabremos hasta que veamos la carta oculta de nuestro contrincante, pero si confiamos en nuestra regla de decisión deberíamos plantarnos.

Ahora vamos a jugar otra mano. Las cartas que recibimos son:

1. La primera carta que nos dan es una figura. Nuestra puntuación es 0'5 y tenemos que seguir pidiendo cartas.

2. Ahora nos dan un tres. Aún no tenemos ninguna posibilidad de ganar, por lo que pedimos otra carta.

3. La siguiente carta es un dos. Ahora nuestra puntuación es 5'5 y tenemos posibilidades de ganar. Si recordamos la jugada anterior, en esa ocasión nos plantamos cuando nuestra puntuación era exactamente 5'5 puntos. Veamos si ahora pasa lo mismo. Comencemos calculando p_1.

   $$p_1 = P(X = \text{figura}) = \frac{11}{17} = 0'65.$$

   Tenemos que $p_1 < 0'7$, pero aún tenemos que calcular p_2,

   $$p_2 = P(Y \geq 3) = \frac{2+4+4+4+4}{34} = 0'53 < 0'55.$$

   Si recordamos nuestra regla de decisión, con esos valores de p_1 y p_2 tenemos que continuar pidiendo cartas.

4. Supongamos que nuestra siguiente carta es otra figura. Tenemos una puntuación igual a 6. Veamos que hacer siguiendo nuestra regla de decisión. Para ello calculemos p_1 y p_2.

   $$p_1 = P(X = \text{ figura o } X = \text{ uno}) = \frac{10+4}{16} = 0'875.$$

   De acuerdo con nuestra regla de decisión, ya que $p_1 > 0'7$, no tenemos que calcular p_2, y nos plantamos.

   No sabemos si ganaremos o no, pero nuestra regla de decisión nos dice que nos paremos.

6. Simulación de 20 partidas

En esta sección vamos a mostrar los resultados de veinte manos aleatoriamente. En cada una de ellas supondremos que uno de los jugadores tiene un dos, un tres y una carta boca abajo. Mientras nosotros recibimos cartas tenemos que decidir si paramos o continuamos dependiendo de nuestra regla de decisión. Aquí se muestra la tabla con los resultados obtenidos.

Cartas del rival	Nuestras cartas	Resultado
2, 3, 1	1, 4, 3	Nos pasamos de 7'5 y perdemos
2, 3, F	F, 7	Ganamos
2, 3, 1	4, 2	Ganamos
2, 3, 1	7	Ganamos
2, 3, 2	F, F, 2, 3	Perdemos
2, 3, 2	F, 1, 7	Nos pasamos de 7'5 y perdemos
2, 3, F	4, 5	Nos pasamos de 7'5 y perdemos
2, 3 ,F	5, 2	Ganamos
2, 3 ,F	7	Ganamos
2, 3 ,F	F, 4, 2	Ganamos
2, 3 ,1	7	Ganamos
2, 3, F	5, F, 7	Nos pasamos de 7'5 y perdemos
2, 3, F	1, F, F, 4	Ganamos
2, 3, 1	1, 4, 3	Nos pasamos de 7'5 y perdemos
2, 3, F	F, 2, F, F,	Nos pasamos de 7'5 y perdemos
2, 3, F	F, 5, F	Ganamos
2, 3, 2	3, F, F, 4	Nos pasamos de 7'5 y perdemos
2, 3, F	6	Ganamos
2, 3, F	1, F, F, 6	Nos pasamos de 7'5 y perdemos
2, 3, F	4, 4	Nos pasamos de 7'5 y perdemos

Si miramos los resultados de la tabla anterior, vemos que la tercera carta del oponente fue una figura en doce ocasiones, un uno en cinco ocasiones y tres veces fue un tres. Es decir, han aparecido con probabilidades (0'6, 0'25, 0'15), muy cercanas a las probabilidades teóricas (0'63, 0'21, 0'16).

Nosotros ganamos en diez de las jugadas, exactamente el 50 % de los casos, y en los otros nos pasamos de 7'5 y perdimos, excepto en uno de ellos en donde nuestra regla de decisión nos hizo parar y perdimos.

Lo interesante es notar que la regla de decisión utilizada parece ser bastante exitosa, pero solo jugamos veinte veces y eso no es suficiente para decir si la regla de decisión propuesta es buena o no. Si desea mostrar si su regla de decisión es buena o no, sería mejor simular en un ordenador un gran número de partidas, pero este no era el objetivo del trabajo. ¿Quizás la próxima vez?

7. Conclusión: casinos.

Hay un juego parecido a las "Siete y media" conocido como "Black Jack". Consiste en pedir cartas hasta estar lo más cerca posible de 21 sin pasarse. En este juego se mueven grandes cantidades de dinero y, si pudiéramos encontrar una regla de decisión buena para jugarlo, ganaríamos mucho dinero en los casinos. El único problema a superar sería el de los cálculos.

Desafortunadamente esos cálculos no son sencillos de hacer a mano y en los casinos no se permite el uso de computadoras. Probablemente no está permitido su uso porque los encargados de los casinos saben lo fácil que sería reventar su casino, si se tiene dinero suficiente y un ordenador para hacer los cálculos.

Para concluir he de decirles que los juegos de los casinos están muy bien estudiados. La proporción entre el dinero que apuesta y la probabilidad de ganar siempre está controlada y, esos juegos, no se juegan en los casinos para que los clientes ganen dinero.